

Fizyka

Zestaw 1

1. Proszę wyznaczyć strumień wektora natężenia pola elektrostatycznego przenikającego przez powierzchnię wyznaczoną przez trójkąt równoboczny, jeśli długość boku tego trójkąta to a i nachylony jest on (trójkąt) pod kątem α do linii pola elektrostatycznego.
2. Proszę wyznaczyć strumień wektora natężenia pola elektrostatycznego przenikającego przez powierzchnię kwadratu o wierzchołkach w punktach $A(3,0,0)$, $B(6,0,4)$, $C(6,5,4)$, $D(3,5,0)$, jeśli pole elektryczne jest zadane przez $\mathbf{E}(x,y,z) = [2z,0,0]$. Wszystkie współczynniki liczbowe wyrażone są w metrach lub niutonach na kulomb.
3. Proszę wyznaczyć, wykorzystując prawo Gaussa, zależność natężenia pola elektrycznego od położenia, jeśli źródłem wytwarzanego pola jest dodatni ładunek punktowy q umieszczony w początku układu współrzędnych. Proszę skonfrontować otrzymany wynik z tego, który wynika z prawa Coulomba.
4. Nieskończenie długa nić naładowana została ładunkiem dodatnim o gęstości liniowej λ . Proszę wyznaczyć rozkład natężenia pola elektrycznego wokół nici, wykorzystując:
 - a) prawo Coulomba,
 - b) prawo Gaussa.
5. Proszę znaleźć rozkład natężenia pola elektrostatycznego, jeśli jego źródłem jest:
 - a) Naładowana ładunkiem q sfera o promieniu R ,
 - b) Naładowana jednorodnie (objętościowo) ładunkiem Q kula o promieniu R .
6. Nieskończenie długi walec o promieniu R został naładowany jednorodnie ładunkiem o gęstości objętościowej ρ . Proszę znaleźć rozkład natężenia pola elektrycznego w tym układzie.
7. Punkt P znajduje się między dwiema nieskończonymi, równoległymi płytami naładowanymi i jest oddalony od płyty o powierzchniowej gęstości ładunku równej -3σ o d , a od płyty o powierzchniowej gęstości ładunku równej $+\sigma$ o $3d$. Proszę wyznaczyć wartość i kierunek natężenia pola elektrycznego wytworzonego przez te płyty w punkcie P .
8. Przewodząca powłoka sferyczna o ładunku $-3Q$ otacza cząstkę o ładunku $+5Q$. Promień wewnętrzny powłoki wynosi $R_1 = 0,8$ m, a jej promień zewnętrzny $R_2 = 1,4$ m. Proszę wyznaczyć wartość i kierunek natężenia pola elektrycznego:
 - a) w punkcie A oddalonym od środka powłoki o $d_1 = 0,5$ m,
 - b) w punkcie B oddalonym od środka powłoki o $d_2 = 1$ m,
 - c) w punkcie C oddalonym od środka powłoki o $d_3 = 2$ m.
9. Wewnątrz półkuli o promieniu R znajduje się ładunek Q , a strumień pola elektrycznego przez powierzchnię kopuły (powierzchnię zakrzywioną) wynosi I . Proszę wyznaczyć strumień wektora $\mathbf{E}$ przenikający przez płaską podstawę półkuli.
10. Proszę wyznaczyć strumień pola elektrycznego danego wzorem $\mathbf{E} = (20 \text{ N/C})\hat{i} + (30 \text{ N/C})\hat{j} + (40 \text{ N/C})\hat{k}$ przez powierzchnię $S = 4.0 \text{ m}^2$, która stanowi fragment płaszczyzny yz .

11. Proszę uzasadnić, że pole elektryczne $\vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \hat{r}$, którego źródłem jest ładunek punktowy Q jest polem zachowawczym. Proszę pokazać, że potencjał dla tego pola może być dany przez:
- $$V(r) = \frac{kQ}{r}.$$
12. Metalową kulę o promieniu R naładowano ładunkiem Q. Proszę wyznaczyć zależność potencjału pola elektrostatycznego od odległości od środka tej kuli.
13. Proszę uzasadnić, że pojemność płaskiego kondensatora wyraża się wzorem $C = \frac{\epsilon S}{d}$.
14. Poprzez analizę pracy, którą należy wykonać, aby naładować płaski kondensator o pojemności C ładunkiem Q, proszę pokazać, że energia takiego kondensatora może być wyrażona wzorem:
- $$E = \frac{Q^2}{2C}.$$
15. Kondensator płaski o pojemności C podłączono do źródła napięcia U. Następnie, nie odłączając go od źródła napięcia, zmieniono odległość między okładkami n-krotnie ($n > 1$). Proszę sprawdzić jak i ile razy zmieni się energia tego kondensatora, jeśli:
- tę odległość zwiększono,
 - tę odległość zmniejszono.
16. Kondensator płaski o pojemności C podłączono do źródła napięcia U. Po naładowaniu, odłączono go od źródła. Następnie zmieniono odległość między okładkami n-krotnie ($n > 1$). Proszę sprawdzić jak i ile razy zmieni się energia tego kondensatora, jeśli:
- tę odległość zwiększono,
 - tę odległość zmniejszono.
17. Kondensator płaski naładowano ładunkiem Q. Następnie między jego okładki wsunięto dielektryk o względnej przenikalności elektrycznej ϵ_r . Proszę określić jak i ile razy zmieni się jego energia, jeśli:
- kondensator nie był podłączony do źródła napięcia,
 - kondensator był stale podłączony do źródła napięcia (tego, które spowodowało jego pierwotne naładowanie).
18. Proszę wykreślić zależność energii kondensatora płaskiego o pojemności $C = 4\mu\text{F}$ od kwadratu napięcia panującego między jego okładkami, jeśli napięcie będzie się zmieniać w zakresie od 0 do 5 V.
19. Proszę znaleźć pojemność długiego kondensatora cylindrycznego, jeśli jego długość wynosi L, promień wewnętrznej okładki R_1 , a promień zewnętrznej okładki R_2 . Kondensator wypełniony jest dielektrykiem o względnej przenikalności elektrycznej ϵ_r .
20. Wykorzystując **definicję** operatora dywergencji (**proszę ją zapamiętać**), który działa na wektor $\vec{E}$:

$$\text{div} \vec{E} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\oint_S \vec{E} d\vec{S}}{V},$$

gdzie S jest zamkniętą powierzchnią otaczającą objętość V oraz twierdzenie Gaussa-Ostrogradskiego: $\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \iiint_V \text{div} \vec{E} dV$, proszę pokazać, że prawo Gaussa dla elektrostatyki można

zapisać w postaci różniczkowej jako: $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$ (ρ - gęstość ładunku wytwarzającego pole elektryczne)