

Zestaw uzupełniający

- Proszę wyznaczyć (lub stwierdzić, że to niemożliwe) gradient, dywergencję oraz rotację następujących pól [f – pole skalarne, $\mathbf{w}$ – pole wektorowe]:
 - $f(x,y,z) = 2xy + x^2yz + z$
 - $f(x,y,z) = \sin(x+y) + x\cos(z)$
 - $\mathbf{w} = [x,y]$
 - $\mathbf{w} = [x,-y]$
 - $\mathbf{w} = [y,x]$
 - $\mathbf{w} = [12xy, 16x^2yz, x-y]$
- Proszę pokazać, że pole $\vec{w}(\vec{r}) = \frac{A}{r^2} \hat{r}$, gdzie A jest stałą różną od 0, jest polem zachowawczym, tzn. że $\text{rot } \mathbf{w}$ jest zerowa.
- Proszę uzasadnić, że pole centralne $\vec{w}(\vec{r}) = f(r)\vec{r}$ jest polem zachowawczym.
- Proszę uzasadnić, że jeśli f jest skalarным polem centralnym, to $\nabla f(r) = \frac{\partial f(r)}{\partial r} \hat{r}$
- Proszę uzasadnić, że pole elektryczne $\vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \hat{r}$, którego źródłem jest ładunek punktowy Q jest polem zachowawczym. Proszę pokazać, że potencjał dla tego pola może być dany przez:
$$V(r) = \frac{kQ}{r}.$$